

**I. TRẮC NGHIỆM (14,0 điểm)- THÍ SINH LÀM BÀI VÀO PHIẾU TLTN**

**Câu 1:** Trong mặt phẳng (Oxy), cho điểm  $M(2;1)$ . Đường thẳng (d) đi qua M, cắt tia Ox, Oy lần lượt tại A và B sao cho tam giác OAB có diện tích nhỏ nhất. Phương trình đường thẳng (d) là

- A.  $2x - y - 3 = 0$ .    B.  $x - 2y = 0$ .    C.  $x + 2y - 4 = 0$ .    D.  $x - y - 1 = 0$ .

**Câu 2:** Trong mặt phẳng phức, số phức  $z$  có điểm biểu diễn là  $M(1;-2)$ . Khi đó môđun của số phức  $w = i\bar{z} - z^2$  là

- A.  $2\sqrt{7}$ .    B.  $\sqrt{34}$ .    C.  $\sqrt{26}$ .    D.  $5\sqrt{2}$ .

**Câu 3:** Đạo hàm của hàm số  $y = 3^{\sin x}$  là

- A.  $3^{\sin x} \cos x \ln 3$ .    B.  $3^{\sin x} \ln 3$ .    C.  $3^{\sin x - 1}$ .    D.  $3^{\sin x - 1} \cos x$ .

**Câu 4:** Cho các số a,b,c dương thỏa mãn  $2^a = 6^b = 12^c$ . Khi đó biểu thức  $T = \frac{b}{c} - \frac{b}{a}$  có giá trị là

- A.  $\frac{3}{2}$ .    B. 1.    C. 2.    D.  $\frac{1}{2}$ .

**Câu 5:** Trong không gian Oxyz, cho điểm  $A(-1; 2; 3)$  và mặt phẳng (P):  $2x + y - 3z + m = 0$ .

Có bao nhiêu số nguyên dương m để khoảng cách từ A đến (P) bằng  $\sqrt{14}$ .

- A. 1    B. 0    C. 2    D. 3

**Câu 6:** Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình thoi cạnh  $2a$ ,  $\widehat{BAD} = 120^\circ$ . Mặt bên (SAB) vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi G là trọng tâm tam giác SCD. Khoảng cách từ điểm G đến mặt phẳng (SAB) là

- A.  $\frac{a\sqrt{3}}{3}$ .    B.  $\frac{2a}{3}$ .    C.  $\frac{3a\sqrt{3}}{4}$ .    D.  $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$ .

**Câu 7:** Cho số phức  $z$  thỏa mãn  $\frac{5(\bar{z} + i)}{z + 1} = 2 - i$ . Môđun của số phức  $w = 1 + z + z^2$  là

- A. 9    B. 13    C. 3    D.  $\sqrt{13}$

**Câu 8:** Trong không gian Oxyz, cho đường thẳng (d):  $\frac{x+1}{-2} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{1}$  và điểm  $A(1;2;3)$ . Mặt phẳng (P) qua (d) và cách điểm A một khoảng cách lớn nhất. Khi đó một véc tơ pháp tuyến của (P) có tọa độ là

- A. (1;1;1).    B. (1;1;-1).    C. (1;0;2).    D. (1;0;-2).

**Câu 9:** Trong không gian Oxyz, cho hai điểm  $A(2;1;-1)$ ,  $B(0;3;1)$  và mặt phẳng (P):  $x + y - z + 3 = 0$ . Điểm M thuộc mặt phẳng (P) sao cho  $|2\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB}|$  đạt giá trị nhỏ nhất.

Khi đó tọa độ điểm M là

- A.  $M(-4;1;0)$ .    B.  $M(1;-4;0)$ .    C.  $M(-1;4;6)$ .    D.  $M(4;-1;6)$ .

**Câu 10:** Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình thoi,  $\widehat{BAD} = 120^\circ$ ,  $BD = a$ . Hai mặt phẳng (SAB) và (SAD) cùng vuông góc với đáy. Góc giữa (SBC) và mặt đáy bằng  $60^\circ$ . Thể tích khối chóp S.ABCD là

- A.  $\frac{\sqrt{3}a^3}{4}$ .      B.  $\frac{a^3}{12}$ .      C.  $\frac{a^3}{4}$ .      D.  $\frac{\sqrt{3}a^3}{12}$ .

**Câu 11:** Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số  $y = x^3 - 3x^2 + mx$  có cực đại và cực tiểu là

- A.  $m \in [3; +\infty)$ .      B.  $m \in (3; +\infty)$ .      C.  $m \in (-\infty; 3)$ .      D.  $m \in (-\infty; 3]$ .

**Câu 12:** Cho hàm số  $y = x^4 - 2x^2 + 1$ . Biết đồ thị hàm số có ba điểm cực trị là A, B, C. Khi đó diện tích tam giác ABC là

- A. 2.      B.  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ .      C.  $\frac{1}{2}$ .      D. 1.

**Câu 13:** Cho hàm số  $y = -x^3 + 3mx^2 - 3(m^2 - 1)x + m$ . Gọi A là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số đạt cực tiểu tại  $x = 2$ . Khi đó tập A là tập con của tập hợp

- A.  $(-\infty; -1]$ .      B.  $(3; +\infty)$ .      C.  $(-\infty; 1]$ .      D.  $(2; +\infty)$ .

**Câu 14:** Tính tổng tất cả các nghiệm của phương trình  $\cos 5x + \cos 2x + 2 \sin 3x \sin 2x = 0$  trên đoạn  $[0; 2\pi]$

- A.  $4\pi$       B.  $5\pi$       C.  $6\pi$       D.  $3\pi$

**Câu 15:** Giả sử  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x(1 + \cos x) dx = a\pi^2 + b\pi - 1$ . Khi đó tổng  $(a + b)$  là

- A.  $\frac{9}{8}$ .      B.  $\frac{5}{8}$ .      C.  $\frac{7}{8}$ .      D.  $\frac{3}{8}$ .

**Câu 16:** Cho khối hộp ABCD.A'B'C'D' có thể tích V. Tính thể tích khối tứ diện ACB'D'.

- A.  $\frac{2}{3}V$       B.  $\frac{1}{3}V$       C.  $\frac{3}{4}V$       D.  $\frac{1}{2}V$

**Câu 17:** Trong không gian Oxyz, cho C(0;1;2) và D(1;0;-1). Mặt cầu (S) có tâm thuộc trục Oz, đi qua hai điểm C, D. Phương trình mặt cầu (S) là

- A.  $x^2 + y^2 + z^2 - z - 2 = 0$       B.  $x^2 + y^2 + z^2 + z - 3 = 0$   
 C.  $x^2 + y^2 + z^2 + z - 2 = 0$       D.  $x^2 + y^2 + z^2 - z - 3 = 0$

**Câu 18:** Giả sử  $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\sin x + 3 \cos x}{\sin x + \cos x} dx = \pi a + b \ln 2$ . Khi đó tổng  $(a + b)$  là

- A.  $\frac{1}{2}$ .      B. 1.      C. 2.      D.  $\frac{1}{4}$ .

**Câu 19:** Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình bình hành. M, N lần lượt là trung điểm của SA và SB. Gọi  $V_1, V_2$  lần lượt là thể tích của các khối chóp S.MNCD và S.ABCD. Khi đó tỷ

số  $\frac{V_1}{V_2}$  là

- A.  $\frac{3}{8}$ .      B.  $\frac{2}{3}$ .      C.  $\frac{1}{8}$ .      D.  $\frac{3}{4}$ .

**Câu 20:** Gọi  $z_1$  và  $z_2$  là hai nghiệm phức của phương trình  $z^2 + 2z + 10 = 0$ . Khi đó biểu thức  $A = |z_1|^2 + |z_2|^2$  có giá trị là

- A. 100.                      B. 10.                      C. 20.                      D.  $2\sqrt{10}$ .

**Câu 21:** Số điểm cực trị của hàm số  $y = -\frac{1}{3}x^3 - x - 7$  là

- A. 0.                      B. 1.                      C. 3.                      D. 2.

**Câu 22:** Cho hình chóp S.ABC có đáy ABC là tam giác vuông tại A,  $AB = a$ ;  $AC = a\sqrt{3}$ . Tam giác SBC đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SAC) là

- A.  $\frac{a\sqrt{39}}{13}$ .                      B.  $\frac{4a\sqrt{21}}{7}$ .                      C.  $\frac{2a\sqrt{39}}{13}$ .                      D.  $\frac{2a\sqrt{21}}{7}$ .

**Câu 23:** Cho hàm số  $y = f(x) = (ax^2 + bx + c)\sqrt{2x-1}$ ,  $a, b, c \in \mathbb{R}$  và hàm số

$g(x) = \frac{10x^2 - 7x + 2}{\sqrt{2x-1}}$ . Biết  $f(x)$  là một nguyên hàm của  $g(x)$  trên  $\left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$ .

Khi đó tổng  $(a+b+c)$  là

- A. 4.                      B. 3.                      C. 2.                      D. 1.

**Câu 24:** Cho 4 số  $a, b, c, d$  theo thứ tự lập thành một cấp số nhân, trong đó  $abcd \neq 0$ . Mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A.  $\frac{a}{d} = \left(\frac{b}{c}\right)^3$   
 B.  $\frac{1}{ab} + \frac{1}{bc} + \frac{1}{cd} = \frac{3}{ac}$   
 C.  $(ab + bc + cd)^2 = (a^2 + b^2 + c^2)(b^2 + c^2 + d^2)$   
 D.  $\frac{b}{a} = \frac{d}{c}$

**Câu 25:** Tìm tất cả các giá trị của  $m$  để phương trình  $x^2 - 4|x| + 3 = m$  có hai nghiệm phân biệt.

- A.  $m \in (3; +\infty) \cup \{-1\}$                       B.  $m \in [3; +\infty) \cup \{-1\}$   
 C.  $m \in [-1; 3]$                       D.  $m \in (3; +\infty)$

**Câu 26:** Gọi  $m, M$  lần lượt là giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số  $y = 2x + \sqrt{4 - x^2}$ . Khi đó tổng  $(m^2 + M^2)$  là

- A. 40.                      B. 32.                      C. 24.                      D. 36.

**Câu 27:** Có bao nhiêu số nguyên  $m \in (-5; 0)$  để hàm số  $y = \log_5(x^2 - 4x - 3m)$  có tập xác định là  $\mathbb{R}$ ?

- A. 5.                      B. 3.                      C. 4.                      D. 2.

**Câu 28:** Một người thợ muốn làm một cái thùng hình hộp chữ nhật không nắp, có chiều dài gấp đôi chiều rộng và thể tích của thùng hình hộp là  $10(m^3)$ . Giá tiền vật liệu làm đáy thùng là 20000 đồng/ $m^2$ , giá tiền vật liệu làm mặt bên của thùng là 9000 đồng/ $m^2$ . Hãy xác định kích thước của thùng (theo thứ tự chiều rộng; chiều dài; chiều cao) để giá thành làm cái thùng nhỏ nhất.

- A.  $\frac{3}{2}; 3; \frac{20}{9}$                       B.  $\frac{8}{27}; \frac{16}{27}; \frac{3645}{64}$                       C.  $\frac{27}{8}; \frac{27}{4}; \frac{320}{729}$                       D.  $\frac{2}{3}; \frac{4}{3}; \frac{45}{4}$

**Câu 29:** Cho hàm số  $y = \log_{\frac{1}{3}} |x|$ . Mệnh đề nào dưới đây là mệnh đề **sai**?

- A. Đồ thị hàm số đã cho có một đường tiệm cận đứng.
- B. Hàm số đã cho có đạo hàm  $y' = -\frac{1}{x \ln 3}, \forall x \neq 0$ .
- C. Hàm số đã cho có tập xác định  $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$ .
- D. Hàm số đã cho nghịch biến trên mỗi khoảng mà nó xác định.

**Câu 30:** Cho hàm số  $y = \frac{x+4}{2x+m}$ . Tìm tất cả các giá trị thực của  $m$  để hàm số nghịch biến trên khoảng  $(1; +\infty)$ .

- A.  $m \in (-\infty; 8)$
- B.  $m \in (-2; 8)$
- C.  $m \in [-2; 8)$
- D.  $m \in [-2; +\infty)$

**Câu 31:** Hàm số nào sau đây **không** là nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \frac{x(2+x)}{(x+1)^2}$  trên

$(-\infty; -1) \cup (-1; +\infty)$

- A.  $y = \frac{x^2 - x - 1}{x+1}$
- B.  $y = \frac{x^2}{x+1}$
- C.  $y = \frac{x^2 + x + 1}{x+1}$
- D.  $y = \frac{x^2 + x - 1}{x+1}$

**Câu 32:** Trong (Oxy), cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường có phương trình  $y^2 = 2x; x - 2y + 2 = 0; y = 0$ . Diện tích hình phẳng (H) là

- A.  $\frac{8}{3}$
- B.  $\frac{4}{3}$
- C.  $\frac{5}{3}$
- D.  $\frac{2}{3}$

**Câu 33:** Trong mp Oxy, cho đường tròn (C)  $x^2 + y^2 - 4x - 4y + 4 = 0$ . Phép vị tự tâm O, tỉ số  $\frac{1}{2}$  biến đường tròn (C) thành đường tròn  $(C_1)$ . Phép tịnh tiến theo véc tơ  $\vec{v} = (1; 2)$  biến đường tròn  $(C_1)$  thành đường tròn  $(C_2)$ . Phương trình đường tròn  $(C_2)$  là

- A.  $(x-2)^2 + (y-3)^2 = 1$ .
- B.  $(x-3)^2 + (y-2)^2 = 4$ .
- C.  $(x-2)^2 + (y-3)^2 = 4$ .
- D.  $(x-3)^2 + (y-2)^2 = 1$ .

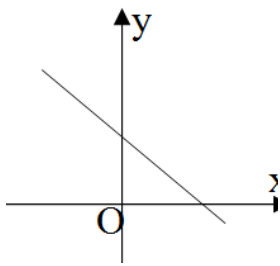
**Câu 34:** Trong không gian Oxyz, cho mặt phẳng (P):  $3x + y - 3z + 6 = 0$  và mặt cầu (S):  $(x-4)^2 + (y+5)^2 + (z+2)^2 = 25$ . Mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính  $r$ . Khi đó

- A.  $r = 5$
- B.  $r = \sqrt{5}$
- C.  $r = \sqrt{6}$
- D.  $r = 6$

**Câu 35:** Bất phương trình  $5^x + 5^{x-1} + 5^{x-2} \leq 3^{x+1} + 3^{x-1} + 3^{x-2}$  có tập nghiệm  $T$  là

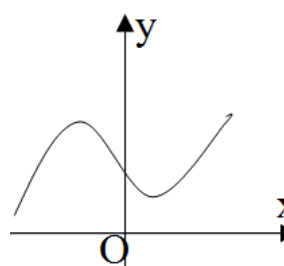
- A.  $T = [2; +\infty)$ .
- B.  $T = (2; +\infty)$ .
- C.  $T = (-\infty; 2]$ .
- D.  $T = (-\infty; 2)$ .

**Câu 36:** Trong (Oxy), cho bốn hình dưới đây. Hình nào **không phải** là đồ thị của một hàm số?



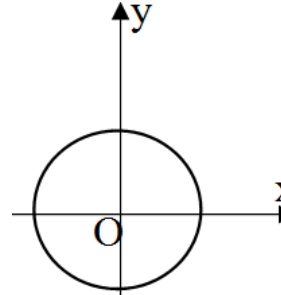
Hình 1

A. Hình 3



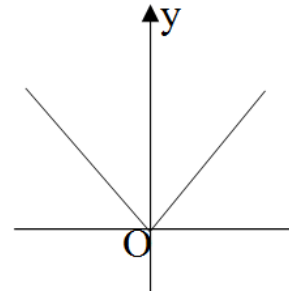
Hình 2

B. Hình 2



Hình 3

C. Hình 4



Hình 4

D. Hình 1

**Câu 37:** Cho hình chóp S.ABCD, có đáy ABCD là hình thang vuông tại A và B ;  $AB = BC = a$ ,  $AD = 2a$ ,  $SA \perp (ABCD)$ ,  $SA = a\sqrt{2}$ . Góc giữa (SAB) và (SCD) là

A.  $60^\circ$

B.  $45^\circ$

C.  $30^\circ$

D.  $90^\circ$

**Câu 38:** Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình chữ nhật, hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) cùng vuông góc với đáy,  $AB = a$ ,  $AD = 2a$ . Khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và SD bằng  $a\sqrt{2}$ . Thể tích của khối chóp S.ABCD là

A.  $a^3$ .

B.  $\frac{2}{3}a^3$ .

C.  $2a^3$ .

D.  $\frac{4}{3}a^3$ .

**Câu 39:** Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường có phương trình  $y = (x+3)^2$ ,  $y = 0$ ,  $x = 0$ . Đường thẳng (d) đi qua A(0; 9), chia hình phẳng (H) thành 2 phần có diện tích bằng nhau. Khi đó phương trình đường thẳng (d) là

A.  $3x - y + 9 = 0$ .

B.  $3x + y - 9 = 0$ .

C.  $9x + y - 9 = 0$ .

D.  $9x - y + 9 = 0$ .

**Câu 40:** Cho phương trình  $(1 + \cos x) \left( \cos \frac{7x}{2} - m \cos x \right) = m \sin^2 x$ . Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình có đúng 3 nghiệm phân biệt thuộc  $\left[ 0; \frac{2\pi}{3} \right]$ .

A.  $m \in (-\infty; -1] \cup [1; +\infty)$

B.  $m \in \left[ \frac{1}{2}; 1 \right)$

C.  $m \in (-1; 1)$

D.  $m \in \left[ -\frac{1}{2}; \frac{1}{2} \right]$

**Câu 41:** Cho  $a = \sin x + \sin y$ ,  $b = \cos x + \cos y$ , trong đó  $a^2 + b^2 \neq 0$ . Khi đó giá trị của  $\cos(x+y)$  theo a, b là

A.  $\frac{b^2 - a^2}{a^2 + b^2}$

B.  $\frac{a^2 - b^2}{a^2 + b^2}$ .

C.  $\frac{2ab}{a^2 + b^2}$

D.  $\frac{(a-b)^2}{a^2 + b^2}$ .

**Câu 42:** Cho hệ phương trình  $\begin{cases} x^3 = y^2 + 7x^2 - mx \\ y^3 = x^2 + 7y^2 - my \end{cases}$ . Biết hệ phương trình có nghiệm duy nhất.

Khi đó tập hợp tất cả các giá trị của m là

A.  $m \in \{16\}$ .

B.  $m \in (-\infty; 16)$ .

C.  $m \in (16; +\infty)$

D.  $m \in \mathbb{R}$

**Câu 43:** Có bao nhiêu số tự nhiên có 7 chữ số khác nhau từng đôi một, trong đó chữ số 2 đứng liền giữa hai chữ số 1 và 3?

- A. 3720                      B. 2160                      C. 1440                      D. 7440

**Câu 44:** Cho hình lăng trụ  $ABC.A'B'C'$  có cạnh bên bằng  $2a$ , đáy  $ABC$  là tam giác vuông tại  $A$ ,  $AB = a$ ,  $AC = a\sqrt{3}$ . Hình chiếu vuông góc của  $A'$  trên mặt phẳng  $(ABC)$  là trung điểm của  $BC$ . Thể tích của khối lăng trụ đã cho là

- A.  $\frac{3a^3}{2}$ .                      B.  $\frac{a^3}{2}$ .                      C.  $a^3\sqrt{3}$ .                      D.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$ .

**Câu 45:** Cho lăng trụ đứng  $ABC.A'B'C'$  có đáy là tam giác đều cạnh  $a$ . Mặt phẳng  $(A'B'C')$  tạo với mặt đáy góc  $60^\circ$ . Thể tích khối lăng trụ  $ABC.A'B'C'$  là

- A.  $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$ .                      B.  $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{8}$ .                      C.  $V = \frac{3a^3\sqrt{3}}{8}$ .                      D.  $V = \frac{3a^3\sqrt{3}}{4}$ .

**Câu 46:** Trong hệ trục tọa độ Oxy, chọn ngẫu nhiên một điểm mà tọa độ là số nguyên có trị tuyệt đối nhỏ hơn hoặc bằng 4. Biết các điểm đều có cùng xác suất được chọn như nhau, tính xác suất để chọn được một điểm mà khoảng cách đến gốc tọa độ nhỏ hơn hoặc bằng 2.

- A.  $\frac{13}{32}$                       B.  $\frac{11}{16}$                       C.  $\frac{13}{81}$                       D.  $\frac{15}{81}$

**Câu 47:**  $\int \frac{x^3}{\sqrt{2-x^2}} dx$  là

- A.  $\frac{-1}{3}(x^2 - 4)\sqrt{2-x^2} + C$ .                      B.  $-\frac{1}{3}(x^2 + 4)\sqrt{2-x^2} + C$ .  
C.  $x\sqrt{2-x^2} + C$ .                      D.  $\frac{-1}{3}x^2\sqrt{2-x^2} + C$ .

**Câu 48:** Cho tam giác  $ABC$  vuông tại  $B$ ,  $AB = 2a$ ,  $BC = a$ . Cho tam giác  $ABC$  quay một vòng quanh cạnh huyền  $AC$ . Gọi  $V_1$  là thể tích hình nón có đường sinh  $AB$ ,  $V_2$  là thể tích hình nón có đường sinh  $BC$ . Khi đó tỉ số  $\frac{V_1}{V_2}$  là

- A. 2.                      B.  $\frac{\sqrt{21}}{2}$ .                      C.  $2\sqrt{2}$ .                      D. 4.

**Câu 49:** Một hộp đựng 11 viên bi được đánh số từ 1 đến 11. Lấy ngẫu nhiên 4 viên bi rồi cộng các số trên các viên bi lại với nhau. Tính xác suất để kết quả thu được là một số lẻ.

- A.  $\frac{10}{33}$                       B.  $\frac{4}{33}$                       C.  $\frac{16}{33}$                       D.  $\frac{6}{33}$

**Câu 50:** Tìm tất cả các giá trị của  $m$  để phương trình  $(\log_{\sqrt{3}} x)^2 - m(\log_{\sqrt{3}} x) + 1 = 0$  có hai nghiệm phân biệt?

- A.  $m \in (-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$ .                      B.  $m \in (2; +\infty)$ .  
C.  $m \in (-\infty; -2] \cup [2; +\infty)$ .                      D.  $m \in (-\infty; -2)$ .

**Câu 51:** Cho biết  $\int_0^{\sqrt{2}} xf(x^2) dx = 4$ ;  $\int_2^3 f(z) dz = 2$ ;  $\int_9^{16} \frac{f(\sqrt{t})}{\sqrt{t}} dt = 2$ . Khi đó  $\int_0^4 f(x) dx$  là

- A. 1                      B. 10                      C. 9                      D. 11

**Câu 52:** Rút gọn biểu thức

$$C_{2017}^1 - 2^2 C_{2017}^2 + 3 \cdot 2^2 C_{2017}^3 - 4 \cdot 2^3 C_{2017}^4 + \dots - 2016 \cdot 2^{2015} C_{2017}^{2016} + 2017 \cdot 2^{2016} C_{2017}^{2017} \text{ ta được}$$

- A. -2017                      B. -2016                      C. 2017                      D. 2016

**Câu 53:** Đầu mùa thu hoạch bưởi, một bác nông dân đã bán cho người thứ nhất nửa số bưởi thu hoạch được và nửa quả, bán cho người thứ hai nửa số bưởi còn lại và nửa quả, bán cho người thứ ba nửa số bưởi còn lại và nửa quả v.v...Đến lượt người thứ 11 bác nông dân cũng bán nửa số bưởi còn lại và nửa quả thì không còn quả nào nữa. Hỏi bác nông dân đã thu hoạch được bao nhiêu quả bưởi đầu mùa?

- A. 4095                      B. 2047                      C. 1023                      D. 511.

**Câu 54:** Bồn chứa nước SƠN HÀ có hình trụ kín cả 2 đáy, trong đó bán kính đường tròn đáy là  $r$  và chiều cao của bồn là  $h$ . Nhà máy sản xuất bồn tùy theo yêu cầu của khách hàng và cứ tính theo đơn giá 1 triệu đồng  $1 m^2$  vật liệu làm bồn. Một khách hàng đặt 10 triệu đồng để làm một bồn nước SƠN HÀ. Anh hay chị hãy tính giúp vị khách đó kích thước của bồn để bồn đựng được nhiều nước nhất.

- A.  $r = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{3\pi}}, h = \frac{10}{\sqrt{15\pi}}$                       B.  $r = \frac{\sqrt{15\pi}}{3}, h = \frac{\sqrt{5\pi}}{2}$   
C.  $r = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{3\pi}}, h = \frac{5}{\sqrt{15\pi}}$                       D.  $r = \frac{\sqrt{5\pi}}{3}, h = \frac{\sqrt{10}}{\sqrt{15\pi}}$

**Câu 55:** Cho phương trình  $9^{1+\sqrt{1-x^2}} - (m+2) \cdot 3^{1+\sqrt{1-x^2}} + 2m+1 = 0$ . Tìm tất cả các giá trị  $m$  để phương trình có nghiệm

- A.  $4 \leq m \leq 8$                       B.  $3 \leq m \leq \frac{64}{7}$                       C.  $m \geq \frac{64}{7}$                       D.  $4 \leq m \leq \frac{64}{7}$

**Câu 56:** Một cửa hàng có 5 loại sữa khác nhau. Có 5 người khách đến mua sữa, mỗi người khách chọn ngẫu nhiên một loại sữa trong 5 loại sữa đó. Tính xác suất để có ít nhất một loại sữa có nhiều hơn hai người khách mua.

- A.  $\frac{900}{3125}$                       B.  $\frac{905}{3125}$                       C.  $\frac{805}{3125}$                       D.  $\frac{705}{3125}$

## II. TỰ LUẬN (6,0 điểm)- THÍ SINH LÀM BÀI VÀO TỜ GIẤY THI

**Câu 1 (1,5 điểm):**

Cho hàm số  $y = x^3 - 2(m+1)x^2 + (5m+1)x - 2m - 2$ , với  $m$  là tham số. Tìm các giá trị của  $m$  để đồ thị hàm số cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt A, B, C, A(2 ;0), sao cho trong hai điểm B, C có một điểm nằm trong và một điểm nằm ngoài đường tròn có phương trình  $x^2 + y^2 = 1$ .

**Câu 2 (1,0 điểm):**

Giải hệ phương trình 
$$\begin{cases} \sqrt{x^2 - xy + y^2} + \sqrt{x} = y + \sqrt{y} \\ \sqrt{5x^2 + 4y} - \sqrt{x^2 - 3x - 18} = \sqrt{x} + 4\sqrt{y} \end{cases}$$

**Câu 3(1,5 điểm):**

Cho hình chóp SABCD có đáy là hình bình hành. Gọi K là trung điểm của SC. Mặt phẳng qua AK cắt các cạnh SB, SD lần lượt tại M và N. Gọi  $V_1, V$  thứ tự là thể tích của khối chóp SAMKN và khối chóp SABCD. Tìm giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của tỷ số  $\frac{V_1}{V}$ .

**Câu 4(1,0 điểm):**

Cho ba số thực dương  $a, b, c$  thỏa mãn  $ab + bc + ca = 3$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu

thức  $Q = \frac{a^3}{b^2 + 3} + \frac{b^3}{c^2 + 3} + \frac{c^3}{a^2 + 3}$ .

**Câu 5(1,0 điểm):**

Trong các số phức  $z$  thỏa mãn  $|z - 1 - 2i| + |z + 2 - 3i| = \sqrt{10}$ . Tìm số phức  $z$  có mô đun nhỏ nhất.

----- HẾT -----

Họ và tên thí sinh :.....Số báo danh:.....

Họ và tên, chữ ký: Cán bộ coi thi 1:.....

Cán bộ coi thi 2:.....



**SỞ GDĐT NINH BÌNH      HDC ĐỀ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI, HỌC VIÊN GIỎI**  
**LỚP 12 CẤP TỈNH NĂM HỌC 2017 – 2018**  
**MÔN: TOÁN - THPT**

*Hướng dẫn chấm gồm ... trang*

**I. TRẮC NGHIỆM: (14 điểm) Mỗi câu trả lời đúng được 0,25 điểm.**

| <b>MÃ ĐỀ 132</b> |               |            |               |            |               |            |               |
|------------------|---------------|------------|---------------|------------|---------------|------------|---------------|
| <b>Câu</b>       | <b>Đáp án</b> | <b>Câu</b> | <b>Đáp án</b> | <b>Câu</b> | <b>Đáp án</b> | <b>Câu</b> | <b>Đáp án</b> |
| 1                | D             | 15         | A             | 29         | A             | 43         | B             |
| 2                | B             | 16         | C             | 30         | C             | 44         | A             |
| 3                | A             | 17         | B             | 31         | C             | 45         | B             |
| 4                | D             | 18         | B             | 32         | D             | 46         | B             |
| 5                | A             | 19         | A             | 33         | B             | 47         | A             |
| 6                | D             | 20         | A             | 34         | B             | 48         | C             |
| 7                | C             | 21         | C             | 35         | C             | 49         | D             |
| 8                | C             | 22         | D             | 36         | A             | 50         | D             |
| 9                | D             | 23         | D             | 37         | D             | 51         | B             |
| 10               | C             | 24         | A             | 38         | C             | 52         | D             |
| 11               | B             | 25         | A             | 39         | A             | 53         | B             |
| 12               | D             | 26         | B             | 40         | C             | 54         | A             |
| 13               | C             | 27         | D             | 41         | A             | 55         | C             |
| 14               | B             | 28         | B             | 42         | C             | 56         | D             |

| <b>MÃ ĐỀ 209</b> |               |            |               |            |               |            |               |
|------------------|---------------|------------|---------------|------------|---------------|------------|---------------|
| <b>Câu</b>       | <b>Đáp án</b> | <b>Câu</b> | <b>Đáp án</b> | <b>Câu</b> | <b>Đáp án</b> | <b>Câu</b> | <b>Đáp án</b> |
| 1                | C             | 15         | B             | 29         | D             | 43         | D             |
| 2                | C             | 16         | B             | 30         | C             | 44         | A             |
| 3                | A             | 17         | D             | 31         | D             | 45         | C             |
| 4                | B             | 18         | B             | 32         | B             | 46         | C             |
| 5                | A             | 19         | A             | 33         | A             | 47         | B             |
| 6                | D             | 20         | C             | 34         | C             | 48         | D             |
| 7                | D             | 21         | A             | 35         | C             | 49         | C             |
| 8                | A             | 22         | C             | 36         | A             | 50         | A             |
| 9                | B             | 23         | C             | 37         | A             | 51         | D             |
| 10               | B             | 24         | B             | 38         | B             | 52         | C             |
| 11               | C             | 25         | A             | 39         | D             | 53         | B             |
| 12               | D             | 26         | D             | 40         | B             | 54         | A             |
| 13               | D             | 27         | B             | 41         | A             | 55         | D             |
| 14               | D             | 28         | A             | 42         | C             | 56         | B             |

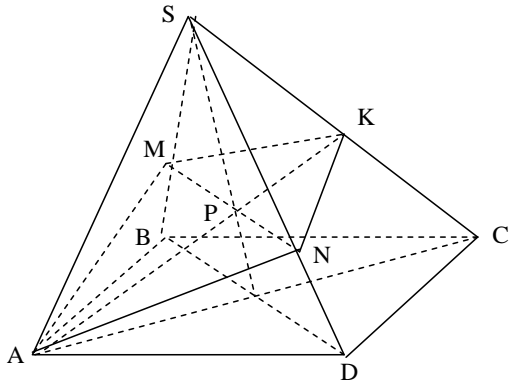
| <b>MÃ ĐỀ 357</b> |               |            |               |            |               |            |               |
|------------------|---------------|------------|---------------|------------|---------------|------------|---------------|
| <b>Câu</b>       | <b>Đáp án</b> | <b>Câu</b> | <b>Đáp án</b> | <b>Câu</b> | <b>Đáp án</b> | <b>Câu</b> | <b>Đáp án</b> |
| 1                | B             | 15         | A             | 29         | C             | 43         | A             |
| 2                | A             | 16         | C             | 30         | D             | 44         | C             |
| 3                | A             | 17         | B             | 31         | B             | 45         | B             |
| 4                | D             | 18         | C             | 32         | C             | 46         | D             |
| 5                | B             | 19         | D             | 33         | C             | 47         | D             |
| 6                | B             | 20         | C             | 34         | C             | 48         | B             |
| 7                | D             | 21         | A             | 35         | B             | 49         | A             |
| 8                | B             | 22         | C             | 36         | B             | 50         | C             |
| 9                | A             | 23         | D             | 37         | C             | 51         | C             |
| 10               | A             | 24         | D             | 38         | D             | 52         | B             |
| 11               | A             | 25         | D             | 39         | D             | 53         | A             |
| 12               | D             | 26         | D             | 40         | A             | 54         | B             |
| 13               | A             | 27         | C             | 41         | A             | 55         | C             |
| 14               | B             | 28         | A             | 42         | D             | 56         | B             |

| MÃ ĐỀ 485 |        |     |        |     |        |     |        |
|-----------|--------|-----|--------|-----|--------|-----|--------|
| Câu       | Đáp án | Câu | Đáp án | Câu | Đáp án | Câu | Đáp án |
| 1         | C      | 15  | C      | 29  | D      | 43  | A      |
| 2         | D      | 16  | B      | 30  | B      | 44  | C      |
| 3         | A      | 17  | B      | 31  | A      | 45  | D      |
| 4         | C      | 18  | D      | 32  | C      | 46  | B      |
| 5         | B      | 19  | D      | 33  | A      | 47  | B      |
| 6         | D      | 20  | B      | 34  | D      | 48  | A      |
| 7         | C      | 21  | D      | 35  | A      | 49  | C      |
| 8         | C      | 22  | A      | 36  | A      | 50  | D      |
| 9         | A      | 23  | C      | 37  | A      | 51  | D      |
| 10        | D      | 24  | C      | 38  | C      | 52  | A      |
| 11        | D      | 25  | B      | 39  | D      | 53  | B      |
| 12        | C      | 26  | B      | 40  | A      | 54  | C      |
| 13        | B      | 27  | A      | 41  | D      | 55  | C      |
| 14        | A      | 28  | B      | 42  | B      | 56  | B      |

## II. TỰ LUẬN: (6,0 điểm)

| Bài  | Đáp án  | Điểm |
|--|---|------|
| <b>Bài 1</b><br>(1,5 điểm)   | Cho hàm số $y = x^3 - 2(m+1)x^2 + (5m+1)x - 2m - 2$ có đồ thị là $(C_m)$ , với $m$ là tham số. Tìm các giá trị của $m$ để $(C_m)$ cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt $A(2;0), B, C$ sao cho trong hai điểm $B, C$ có một điểm nằm trong và một điểm nằm ngoài đường tròn có phương trình $x^2 + y^2 = 1$ .  |      |
|  | Xét phương trình $x^3 - 2(m+1)x^2 + (5m+1)x - 2m - 2 = 0(1)$<br>$(1) \Leftrightarrow (x-2)(x^2 - 2mx + m+1) = 0$  | 0,25 |
|  | $\Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ g(x) = x^2 - 2mx + m+1 = 0 \end{cases} (2)$   | 0,25 |
|  | $(C_m)$ cắt trục $Ox$ tại ba điểm phân biệt $\Leftrightarrow (2)$ có 2 nghiệm phân biệt $x_1; x_2$ khác 2<br>$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' > 0 \\ g(2) \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - m - 1 > 0 \\ 4 - 4m + m + 1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \in \left(-\infty; \frac{1-\sqrt{5}}{2}\right) \cup \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}; +\infty\right) (*) \\ m \neq \frac{5}{3} \end{cases}$ | 0.25 |
|  | Khi đó: $A(2;0), B(x_1;0), C(x_2;0)$ ; trong đó $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m \\ x_1 \cdot x_2 = m+1 \end{cases}$<br>Hai điểm $B, C$ thỏa mãn điều kiện đầu bài $\Leftrightarrow (OB-1)(OC-1) < 0$  | 0.25 |
|  | $\Leftrightarrow ( x_1 -1)( x_2 -1) < 0 \Leftrightarrow  x_1x_2  + 1 <  x_1  +  x_2 $<br>$\Leftrightarrow (x_1x_2)^2 + 1 < (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2$<br>$\Leftrightarrow 3m^2 - 4m - 4 > 0 \Leftrightarrow m \in \left(-\infty; \frac{-2}{3}\right) \cup (2; +\infty)$   | 0.25 |
| Kết hợp với đk (*) ta có $m \in \left(-\infty; \frac{-2}{3}\right) \cup (2; +\infty)$ thỏa mãn ycbt. | 0.25  |      |

|   |   |      |
|---|---|------|
|   | <p><b>Giải hệ phương trình</b> <math display="block">\begin{cases} \sqrt{x^2 - xy + y^2} + \sqrt{x} = y + \sqrt{y} &amp; (1) \\ \sqrt{5x^2 + 4y} - \sqrt{x^2 - 3x - 18} = \sqrt{x} + 4\sqrt{y} &amp; (2) \end{cases}</math></p>   |      |
|   | <p>Điều kiện <math display="block">\begin{cases} x^2 - xy + y^2 \geq 0 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 5x^2 + 4y \geq 0 \\ x^2 - 3x - 18 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 6 \\ y \geq 0 \end{cases}</math></p> <p>(Học sinh ghi ngay điều kiện <math>\begin{cases} x \geq 6 \\ y \geq 0 \end{cases}</math> cũng được)</p>   | 0.25 |
| <b>Bài 2</b><br><b>(1,0</b><br><b>điểm)</b> | <p>(1) <math>\Leftrightarrow (\sqrt{x^2 - xy + y^2} - y) + (\sqrt{x} - \sqrt{y}) = 0</math></p> <p><math>\Leftrightarrow \frac{x(x-y)}{\sqrt{x^2 - xy + y^2} + y} + \frac{x-y}{\sqrt{x} + \sqrt{y}} = 0</math></p> <p><math>\Leftrightarrow (x-y) \left( \frac{x}{\sqrt{x^2 - xy + y^2} + y} + \frac{1}{\sqrt{x} + \sqrt{y}} \right) = 0</math></p> <p><math>\Leftrightarrow x = y.</math></p>  | 0.25 |
|   | <p>Thay <math>y = x</math> vào phương trình (2) ta được</p> <p><math>\sqrt{5x^2 + 4x} - \sqrt{x^2 - 3x - 18} = 5\sqrt{x} \quad (*)</math></p> <p><math>(*) \Leftrightarrow \sqrt{5x^2 + 4x} = \sqrt{x^2 - 3x - 18} + 5\sqrt{x}</math></p> <p><math>\Leftrightarrow 2x^2 - 9x + 9 = 5\sqrt{x(x+3)(x-6)}</math></p> <p><math>\Leftrightarrow 2(x^2 - 6x) + 3(x+3) = 5\sqrt{x^2 - 6x} \cdot \sqrt{x+3}</math></p> <p><math>\Leftrightarrow 2\left(\frac{x^2 - 6x}{x+3}\right) + 3 = 5\sqrt{\frac{x^2 - 6x}{x+3}}</math></p> <p><math>\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{\frac{x^2 - 6x}{x+3}} = 1 \\ \sqrt{\frac{x^2 - 6x}{x+3}} = \frac{3}{2} \end{cases} \Leftrightarrow x \in \left\{ 9; \frac{7 + \sqrt{61}}{2} \right\}</math></p> | 0.25 |
|   | <p>Vậy hệ phương trình có nghiệm <math>(9; 9); \left( \frac{7 + \sqrt{61}}{2}; \frac{7 + \sqrt{61}}{2} \right)</math></p>   | 0.25 |
| <b>Bài 3</b><br><b>(1,5</b><br><b>điểm)</b> | <p><b>Cho hình chóp <math>SABCD</math> có đáy là hình bình hành. Gọi <math>K</math> là trung điểm của <math>SC</math>. Mặt phẳng qua <math>AK</math> cắt các cạnh <math>SB, SD</math> lần lượt tại <math>M</math> và <math>N</math>. Gọi <math>V_1, V</math> thứ tự là thể tích của khối chóp <math>SAMKN</math> và khối chóp <math>SABCD</math>. Tìm giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của tỷ số <math>\frac{V_1}{V}</math>.</b></p>  |      |



Bằng phương pháp thể tích học sinh chứng minh được, hoặc không chứng minh mà ghi đúng được kết quả  $\frac{V_{S.AMKN}}{V_{S.ABCD}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{SM}{SB} \cdot \frac{SN}{SD} \left( \frac{SA}{SA} + \frac{SK}{SC} \right)$  hoặc

$$\frac{V_{S.AMKN}}{V_{S.ABCD}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{SA}{SA} \cdot \frac{SK}{SC} \left( \frac{SM}{SB} + \frac{SN}{SD} \right)$$

sau đó đưa  $\frac{V_1}{V} = \frac{3}{4}xy$  hoặc  $\frac{V_1}{V} = \frac{1}{4}(x+y)$ , trong đó  $x = \frac{SM}{SB}$ ;  $y = \frac{SN}{SD}$

0.5

Áp dụng tính chất đường trung tuyến trong các tam giác SAC và SBD, học sinh đưa ra được (có thể chỉ cần nêu mà không cần chứng minh):  $\frac{SB}{SM} + \frac{SD}{SN} = \frac{SA}{SA} + \frac{SC}{SK}$  (vì cùng bằng  $2\frac{SO}{SP}$ ), suy ra  $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 3 \Leftrightarrow x + y = 3xy$

0.25

Bài toán trở thành tìm GTLN, GTNN của biểu thức  $Q = \frac{3}{4}xy$ , trong đó  $\begin{cases} 0 < x, y \leq 1 \\ x + y = 3xy \end{cases}$

Ta có

$$x + y = 3xy \Leftrightarrow y = \frac{x}{3x-1}$$

$$\text{Do } 0 < x, y \leq 1 \rightarrow x \in \left[ \frac{1}{2}; 1 \right]$$

0.25

$$\text{Khi đó } Q = \frac{3}{4}x \cdot \frac{x}{3x-1} = \frac{3x^2}{4(3x-1)}$$

Khảo sát hàm số  $g(x) = \frac{3}{4} \cdot \frac{x^2}{3x-1}$ ,  $x \in \left[ \frac{1}{2}; 1 \right]$  ta có

GTLN của  $g(x)$  trên  $\left[ \frac{1}{2}; 1 \right]$  là  $\frac{3}{8}$  khi  $x \in \left\{ \frac{1}{2}; 1 \right\}$

GTNN của  $g(x)$  trên  $\left[ \frac{1}{2}; 1 \right]$  là  $\frac{1}{3}$  khi  $x = \frac{2}{3}$

0.25

Vậy GTLN của tỷ số  $\frac{V_1}{V}$  là  $\frac{3}{8}$  và GTNN của tỷ số  $\frac{V_1}{V}$  là  $\frac{1}{3}$

0.25

**Cho ba số thực dương  $a, b, c$  thỏa mãn  $ab + bc + ca = 3$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức**

$$Q = \frac{a^3}{b^2 + 3} + \frac{b^3}{c^2 + 3} + \frac{c^3}{a^2 + 3}$$

Do  $ab + bc + ca = 3$  nên

|                                   |   |      |
|-----------------------------------|---|------|
|                                   | $Q = \frac{a^3}{b^2 + ab + bc + ca} + \frac{b^3}{c^2 + ab + bc + ca} + \frac{c^3}{a^2 + ab + bc + ca}$  | 0.25 |
|                                   | $= \frac{a^3}{(b+a)(b+c)} + \frac{b^3}{(c+b)(c+a)} + \frac{c^3}{(a+b)(a+c)}$  |      |
| <b>Bài 4</b><br><b>(1,0 điểm)</b> | <p>Mặt khác ta có :</p> $\frac{a^3}{(b+c)(b+a)} + \frac{b+c}{8} + \frac{b+a}{8} \geq 3 \cdot \sqrt[3]{\frac{a^3}{(b+c)(b+a)} \cdot \frac{b+c}{8} \cdot \frac{b+a}{8}} = \frac{3}{4}a$ $\rightarrow \frac{a^3}{(b+c)(b+a)} \geq \frac{3}{4}a - \frac{b+c}{8} - \frac{b+a}{8}$  | 0.25 |
|                                   | <p>Chứng minh tương tự</p> $\frac{b^3}{(c+a)(c+b)} \geq \frac{3}{4}b - \frac{c+a}{8} - \frac{c+b}{8}$ $\frac{c^3}{(a+b)(a+c)} \geq \frac{3}{4}c - \frac{a+b}{8} - \frac{a+c}{8}$ <p>Suy ra <math>\frac{a^3}{(b+a)(b+c)} + \frac{b^3}{(c+a)(c+b)} + \frac{c^3}{(a+b)(a+c)} \geq \frac{a+b+c}{4}</math></p>                                     | 0.25 |
|                                   | <p>Mặt khác <math>(a+b+c)^2 \geq 3(ab+bc+ca) = 9 \rightarrow a+b+c \geq 3</math></p> <p>Hay <math>\frac{a^3}{(b+a)(b+c)} + \frac{b^3}{(c+a)(c+b)} + \frac{c^3}{(a+b)(a+c)} \geq \frac{3}{4}</math></p> <p>Dấu bằng xảy ra khi <math>a=b=c=1</math></p> <p>Vậy giá trị nhỏ nhất của Q là <math>\frac{3}{4}</math> khi <math>a=b=c=1</math></p> | 0.25 |
| <b>Bài 5</b><br><b>(1,0 điểm)</b> | <p><b>Trong các số phức <math>z</math> thỏa mãn <math> z-1-2i  +  z+2-3i  = \sqrt{10}</math>.</b></p> <p><b>Tìm số phức <math>z</math> có mô đun nhỏ nhất.</b></p>  |      |
|                                   | <p>Trong mặt phẳng (Oxy), xét M(x;y) biểu diễn cho z; A(1;2); B(-2;3)</p> <p>Do <math> z-1-2i  +  z+2-3i  = \sqrt{10} \leftrightarrow MA + MB = \sqrt{10} = AB</math></p>   | 0.25 |
|                                   | <p>Suy ra điểm M nằm trên đoạn AB.</p> <p>Bài toán trở thành tìm điểm M thuộc đoạn AB sao cho khoảng cách từ M đến O đạt GTNN.</p>  | 0.25 |
|                                   | <p>Hiển nhiên điểm M cần tìm là hình chiếu của O trên đoạn AB</p>   |      |
|                                   | <p>Học sinh tìm hình chiếu của O trên đoạn AB là <math>M(\frac{7}{10}; \frac{21}{10})</math></p>  | 0.25 |
|                                   | <p>Vậy số phức cần tìm là <math>z = \frac{7}{10} + \frac{21}{10}i</math></p>  | 0.25 |

-----Hết-----